Дата проведения 3.11.20.

3 пара

Группа 21а

Срок сдачи: 6.11.20

Задание: изучить материал, законспектировать

**Тема: Числовые характеристики случайных величин**

Перечислим основные характеристики случайных величин:
— математическое ожидание (характеризует среднее значение);
— дисперсия;
— среднеквадратическое отклонение;
— медиана случайной величины;
— мода случайной величины;
- и др.

***Математическое ожидание.***

*Математическим ожиданием* дискретной случайной величины  *Х* , принимающей конечное число значений  *хi*  с вероятностями  *рi*, называется сумма:



***Пример 1.***

Найти математическое ожидание значений случайной величины, распределение которых по вероятностям представлено в таблице

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -3 | -1 | 4 | 7 |
| Р | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,6 |

М(Х)= (-3) · 0,1 + (-1) · 0,2 + 4 · 0,1 + 7 · 0,6 =  4,1

 Ответ: М(X) = 4,1

**Дисперсия.**

Дисперсия является характеристикой рассеяния значений случайной величины Х  относительно ее среднего значения М ( Х ). Размерность дисперсии равна размерности случайной величины в квадрате.

Дисперсией случайной величины  Х  называется число:

  D(X) = М($Х^{2})- (М\left(Х\right))^{2}$

***Пример 2.***

Найти дисперсию значений случайной величины, распределение которых по вероятностям представлено в таблице

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -5 | -1 | 3 | 7 |
| Р | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,6 |

Добавим третью строку в таблице и заполним

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | -5 | -1 | 3 | 7 |
| Р | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,6 |
| $$Х^{2}$$ | 25 | 1 | 9 | 49 |

М(Х)= (-5) · 0,1 + (-1) · 0,2 + 3 · 0,1 + 7 · 0,6 =  3,8

М($Х^{2}$)= 25 · 0,1 + 1 · 0,2 + 9 · 0,1 + 49 · 0,6 =  33

D(X) = М($Х^{2})- (М\left(Х\right))^{2}$= = 33$- (3,8)^{2}$ = 18,56

Ответ: D(X) =18,56

**Среднее квадратичное отклонение:**

σ =$\sqrt{D(X) }$

Так как размерность среднего квадратичного отклонения та же, что и у случайной величины, оно чаще, чем дисперсия, используется как мера рассеяния.

***Пример 3.***

Найти среднее квадратичное отклонение значений случайной величины, распределение которых по вероятностям представлено в таблице

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 2 | 3 | 7 |
| Р | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,5 |

Решение:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 2 | 3 | 7 |
| Р | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,5 |
| $$Х^{2}$$ | 1 | 4 | 9 | 49 |

М(Х)= 1 · 0,2 + 2 · 0,2 + 3 · 0,1 + 7 · 0,5 =  4,4

М($Х^{2}$)= 1 · 0,2 + 4 · 0,2 + 9 · 0,1 + 49 · 0,5 =  26,4

D(X) = М($Х^{2})- (М\left(Х\right))^{2}$= = 26,4$- (4,4)^{2}$ = 7,04

σ =$\sqrt{D(X) }=\sqrt{7,04}=2,6532…$

Ответ: σ ≈ 2,65

***Мода*** *дискретной* случайной величины – это ее наиболее вероятное значение, имеющее наибольшую частоту в рассматриваемой выборке,  обозначается ***Мо***

***Размах*** это разность наибольшего и наименьшего значения случайной величины выборки, обозначается ***R***

***Медиана***случайной величины *Х* – обозначается ***Ме***, это число разделяющее упорядоченную выборку на две равные по количеству данных части. Если в упорядоченной выборке нечетное количество данных, то медиана равна серединному из них. Если в упорядоченной выборке четное количество данных, то медиана равна среднему арифметическому двух серединных чисел.

***Среднее*** (или ***среднее арифметическое***) выборки – это число равное отношению суммы всех чисел выборки к их количеству. Если рассматривается совокупность значений случайной величины **Х**, то ее среднее обозначают $\overbar{Х}$.

***Пример 4.***

Найти моду, размах, медиану и среднее выборки: -4, 5, 6, -3, 2, 3, 6, 7, 3, 6.

Запишем значения в порядке возрастания: -4, -3, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 7.

***Мода -*** чаще всего встречается число 6, значит ***Мо*** = 6.

***Размах -*** из наибольшего значения (7) вычитаем наименьшее (-4). ***R*** = 7 - (-4) = 11.

***Медиана -*** -4, -3, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 7. Здесь всего 10 чисел, делим его на две равные части (по 5) -4, -3, 2, 3, 3**/** 5, 6, 6, 6, 7. Середина находится между числами 3 и 5, находим их среднее арифметическое $\frac{3+5}{2}=4;$ ***Ме*** = 4.

***Среднее*** ***арифметическое –*** складываем все значения и делим на количество:

$\overbar{Х} $= $\frac{\left(-4\right)+\left(-3\right)+ 2+ 3+ 3+ 5+ 6+ 6+ 6+ 7}{10}=3,1;$

***Пример 5.***

Найти моду, размах, медиану и среднее выборки: -4, 5, 6, -3, 2, 3, 6, 7, 3.

Запишем значения в порядке возрастания: -4, -3, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 7.

***Мода -*** чаще всего встречается число 3 и 6, значит две моды: ***Мо*** = 3, ***Мо*** = 6.

***Размах -*** из наибольшего значения (7) вычитаем наименьшее (-4). ***R*** = 7 - (-4) = 11.

***Медиана -*** -4, -3, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 7. Здесь всего 9 чисел, делим его на две равные части

 -4, -3, 2, 3, **3**, 5, 6, 6, 7. Середина приходится на 3, ***Ме*** = 3.

***Среднее*** ***арифметическое –*** складываем все значения и делим на количество:

$\overbar{Х} $= $\frac{\left(-4\right)+\left(-3\right)+ 2+ 3+ 3+ 5+ 6+ 6+ 7}{9}=2,7777..≈2,78$

***Пример 6.***

Найти моду, размах, медиану и среднее выборки значений случайной величины **Х**, распределение которых по частотам **М** задано таблицей (**М** означает сколько раз повторяется число, то есть число **0** -1раз, а **8** -2раза и т.д.):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Х*** | -2 | 0 | 4 | 6 | 8 | 9 |
| ***М*** | 2 | 1 | 4 | 7 | 2 | 3 |

***Мода -*** чаще всего встречается число 6 (7раз), значит ***Мо*** = 6.

***Размах -*** из наибольшего значения (9) вычитаем наименьшее (-2). ***R*** = 9 - (-2) = 11.

***Медиана -***2, -2, 0, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 6. 6. 6, 6. 8, 8, 9, 9, 9. Здесь всего 19 чисел, делим его на две равные части ***-***2, -2, 0, 4, 4, 4, 4, 6, 6, **6**, 6. 6. 6, 6. 8, 8, 9, 9, 9. Середина выпадает на 6; ***Ме*** = 4.

***Среднее*** ***арифметическое –*** складываем все значения и делим на количество:

$\overbar{Х} $= $\frac{\left(-2\right)· 2+0 · 1+4 · 4+6 · 7+8 · 2+9 · 3}{19}=5,105263≈5,11;$

.