Дата проведения 20.11.20.

1 пара

Группа 11а

Срок сдачи: 21.11.20

Тема: Показательные уравнения

Задание: просмотреть видео-урок, записать определение, алгоритм решения уравнений, и выполнить практическое задание.

1.<https://yandex.ru/efir?stream_id=4f3864d819b1d582b776106628cef8bc&from_block=player_share_button_yavideo>

2. <https://youtu.be/UIg9XNZ5RnY> видео-уроки

**Показательное уравнение** — это [уравнение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), в котором неизвестная величина находится в показателе [степени](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B2_%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BF%D0%B5%D0%BD%D1%8C).

Примеры показательных уравнений: $5^{x}=625$; $5^{x+2}-2∙5^{x}-3∙5^{x+1}=200$

Виды уравнений:

- Уравнения, состоящие из [показательных функций](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F) с одним основанием.

- Уравнения, состоящие из показательных функций с разными основаниями.

Методы решения уравнений:

- Одним из методов решения показательных уравнений является метод [логарифмирования](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B0%D1%80%D0%B8%D1%84%D0%BC).

- Следующим методом решения показательного уравнения является введение новой переменной{\displaystyle y=3^{x}}

- приведение показательного уравнения к квадратному.

- метод вынесения общего множителя за скобки.

**Простейшие показательные уравнения** $a^{x}=b$**.**

**Пример 1.**

Рассмотрим уравнение: $2^{x}=8$, для его решения представим число 8 в виде степени с основание 2; то есть $8=2^{3};(так как : 2^{3}=2∙2∙2=8)$, уравнение принимает вид: : $2^{x}=2^{3}$, теперь и слева и справа стоят степени с одинаковым основанием 2, очевидно, что число 3 является решением уравнения: $x=3$.

**Пример 2.**

$5^{x}=625$; (заменим 625 на степень $5^{4}$, $так как 5^{4}=5∙5∙5∙5=625)$

$5^{x}=5^{4}$; $x=4$.

**Пример 3.**

$3^{x}=\frac{1}{81}$; ( согласно формуле $a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}; $ $\frac{1}{81}=\frac{1}{3^{4}}=3^{-4})$

$3^{x}=3^{-4}$; $x=-4$

**Пример 5.**

$9^{x}=27$; (в данном уравнении сложно заменить число 27 на степень с основанием 9, но их можно привести к одному основанию 3, то есть $9=3^{2} и 27=3^{3})$ уравнение принимает вид:

$(3^{2})^{x}=3^{3}$; $3^{2x}=3^{3}$; $2x=3;$ $x=\frac{3}{2}=1,5$;

**Пример 6.**

$6^{x}=1$; (воспользуемся формулой $a^{0}=1$; то есть можно заменить число 1 на степень с любым основанием в нулевой степени, 1=$6^{0}$)

$$6^{x}=6^{0}; x=0.$$

**Пример 7.**

$2^{3+x}=0,4∙5^{3+x}$ (разделим обе части уравнения на $5^{3+x}$, $\frac{2^{3+x}}{5^{3+x}}=\frac{0,4∙5^{3+x}}{5^{3+x}}$, сократим и получим равносильное уравнение)

 $\frac{2^{3+x}}{5^{3+x}}=0,4$ (согласно формуле $\frac{a^{n}}{b^{n}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{n}$ , уравнение принимает вид)

 $\left(\frac{2}{5}\right)^{3+x}=0,4$ (но $\frac{2}{5}=0,4$); $\left(0,4\right)^{3+x}=0,4$; $\left(0,4\right)^{3+x}=\left(0,4\right)^{1}$;

$3+x=1$; $x=1-3; x=-2.$

**Пример 8.**

$5^{x+2}-2∙5^{x}-3∙5^{x+1}=200$ (согласно формуле $a^{n}∙a^{m}=a^{n+m}, следует: $

$$5^{x+2}=5^{x}∙5^{2}=5^{x}∙25=$$

$3∙5^{x+1}=3∙5^{x}∙5^{1}=3∙5^{x}∙5=15∙5^{x}$) заменим:

$25∙5^{x}-2∙5^{x}-15∙5^{x}=200, $ вынесем $5^{x}$ за скобки:

$5^{x}\left(25-2-15\right)=200; $ $5^{x}\left(25-2-15\right)=200$; $5^{x}∙8=200$;

$5^{x}=200:8;$ $5^{x}=25$; $5^{x}=5^{2}$; $x=2$.

**Пример 9. Уравнения с заменой переменных.**

$9^{x}-6∙3^{x}-27=0;$ (заметим, что в данном уравнении основания степеней разные, но $9=3^{2}, то есть уравнение имеет вид)$

$(3^{2})^{x}-6∙3^{x}-27=0; 3^{2x}-6∙3^{x}-27=0;$

заменим $3^{x}=t$; ($ 3^{2x}=(3^{x})^{2}=t^{2}$)

$t^{2}-6t-27=0$; получили квадратное уравнение, найдем его корни через дискрименант, $t \_{1}=-3, t\_{2}=9$, возвращаемся к прежней переменной $3^{x}=t$;

1) $3^{x}=-3, данное уравнение не имеет решения.$

2) $3^{x}=$9; $3^{x}=3^{2}; x=2.$

**Пример 10.**

$3∙2^{x+1}+2∙5^{x-2}=5^{x}+2^{x-2}$;

$3∙2^{x+1}-2^{x-2}=5^{x}-2∙5^{x-2}$; (здесь наименьшая степень ($x-2), заменяем степень (x+1) на (x-2+3)$)

$$3∙2^{x+1}=3∙2^{x-2+3}=3∙2^{x-2}∙2^{3}=3∙2^{x-2}∙8=24∙2^{x-2},$$

 $5^{x}=5^{x-2+2}=5^{x-2}∙5^{2}=5^{x-2}∙25=25∙5^{x-2}$,

$24∙2^{x-2}-2^{x-2}=25∙5^{x-2}-2∙5^{x-2} $вынесем $2^{x-2}и 5^{x-2}$ за скобки:

$2^{x-2}\left(24-1\right)= 5^{x-2}(25-2)$;

$2^{x-2}∙23= 5^{x-2}∙23$; делим на 23 обе части и получаем:

$2^{x-2}= 5^{x-2}$; делим на $5^{x-2}$ обе части и получаем:$\frac{2^{x-2}}{5^{x-2}}=\frac{5^{x-2}}{5^{x-2}}$;

$\frac{2^{x-2}}{5^{x-2}}=1;$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-2}=1; \left(\frac{2}{5}\right)^{x-2}=\left(\frac{2}{5}\right)^{0}; x-2=0; x=2$

**Пример 11.**

$4∙9^{x}-13∙6^{x}+9∙4^{x}=0$, в этом уравнении степени с разными основаниями, $9^{x}=3^{2x}, 6^{x}=\left(3∙2\right)^{x}=3^{x}∙2^{x}, 4^{x}=2^{2x};$

$4∙3^{2x}-13∙3^{x}∙2^{x}+9∙2^{2x}=0$, разделим все части уравнения на $3^{2x}$ ( можно делить на$ 2^{2x}, $тут на ваше усмотрение):

$\frac{4∙3^{2x}}{3^{2x}}-\frac{13∙3^{x}∙2^{x}}{3^{2x}}+\frac{9∙2^{2x}}{3^{2x}}=0$; сокращаем $4-13∙\frac{2^{x}}{3^{x}}+9∙\frac{2^{2x}}{3^{2x}}=0$;

$4-13∙\left(\frac{2}{3}\right)^{x}+9∙\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=0$, пусть $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}= t$, тогда получаем квадратное уравнение: $4-13 t+9∙ t^{2}=0$ или $9 t^{2}-13 t+4=0, находим корни:$

 $t \_{1}=1, t\_{2}=\frac{4}{9}, $подставляем корни в замену

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}= 1, \left(\frac{2}{3}\right)^{x}= \left(\frac{2}{3}\right)^{0}, x=0; $

$2) \left(\frac{2}{3}\right)^{x}= \frac{4}{9}$, $ \left(\frac{2}{3}\right)^{x}= \left(\frac{2}{3}\right)^{2}, x=2. $

**Практическая работа**

Решить показательные уравнения:

1. $9^{x}=81;$

2. $4^{x-1}=64;$

3. $3∙3^{x}=81$;

4. $7^{x}-7^{x-1}=6$;

5. $8∙4^{x}-6∙2^{x}+1=0$;

6. $2^{x^{2}-5x+6,5}=\sqrt{2}$;

7. $5^{x+1}+5^{x}+5^{x-1}=155$;

8. $16∙9^{x}-25∙12^{x}+9∙16^{x}=0$.

Ссылки на электронно-образовательный ресурс (ролик, конспект, литературу - автор и название учебника, сайт, персональный сайт и т.п.)

Литература: Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа» М, 2016 г.

 Для отчетности студента:

адрес электронной почты: gelyusa.galimova@mail.ru

срок сдачи: 21.11.2020